

EXERCICE 1

La médiathèque d'une petite ville a ouvert ses portes le 2 janvier 2013 et a enregistré 2 500 inscriptions en 2013.

Elle estime que, chaque année, 60 % des anciens inscrits renouvelleront leur inscription l'année suivante et qu'il y aura 600 nouveaux adhérents.

On modélise cette situation par une suite numérique (a_n) .

On note $a_0 = 3000$ le nombre d'inscrits à la médiathèque en 2013 et a_n représente le nombre d'inscrits à la médiathèque pendant l'année 2013 + n .

1.
 - a. Calculer a_1 et a_2 .
 - b. Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n .
2. On pose, pour tout entier naturel n , $v_n = a_n - 1500$.
 - a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison .
 - b. En déduire l'expression de a_n en fonction de n .
 - c. Calculer la limite de la suite (a_n) .
 - d. Que peut-on en déduire pour le nombre d'adhérents à la médiathèque si le schéma d'inscription reste le même au cours des années à venir ?

EXERCICE 2

Un industriel étudie l'évolution de la production des jouets sur la machine VP1000 de son entreprise. En 2000, lorsqu'il l'a achetée, elle pouvait produire 120 000 jouets par an.

Du fait de l'usure de la machine, la production diminue de 4 % par an.

On modélise le nombre total de jouets fabriqués au cours de l'année $(2000 + n)$ par une suite (U_n) . On a donc $U_0 = 120000$.

1. Exprimer U_n en fonction de n .
2.
 - a. Quel a été le nombre de jouets fabriqués en 2005 ?
 - b. Déterminer à partir de quelle année, le nombre de jouets fabriqués sera strictement inférieur à 90 000.
3. Exprimer en fonction de n , $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$.
4. En déduire le nombre total de jouets fabriqués pendant les 15 premières années de production.

EXERCICE 3

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 &= 2 \\ u_{n+1} &= \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} \end{cases}$$

On pose $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

1. Montrer que (v_n) est une suite arithmétique.
2. Exprimer v_n en fonction de n .
3. En déduire u_n en fonction de n .

EXERCICE 4

Déterminer la valeur que nous renvoie cet algorithme.

```
a=2
i=0
while a<500:
    a=2*a+1
    i=i+1
print(i)
```